

**УНИВЕРСАЛЬНЫЙ МЕТОД ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО  
МОДЕЛИРОВАНИЯ**

Экономико – математическое моделирование является неотъемлемой частью любого исследования в области экономики. Математические модели экономических процессов чрезвычайно разнообразны по форме используемых математических средств. С этой точки зрения их можно разделить на балансовые модели, использующие методы линейной алгебры, статистические модели, использующие некоторые методы теории вероятностей и математической статистики, регрессионные эконометрические модели, использующие теорию степенных рядов и методы статистической корреляции, методы оптимизации экономических процессов, основанные на математическом программировании и исследовании операций, а также ряд частных моделей, таких как гравитационная модель, и т.д. Очень часто одновременно используют ту или иную комбинацию вышеупомянутых моделей.

Основной методической трудностью при построении этих моделей является математическая формализация многих экономических категорий, имеющих качественный характер. В качестве примера приведем количественный расчет такой экономической категории как имидж фирмы, инвестиционной привлекательности фирмы, конкурентоспособности изделия, а также других качественных экономических категорий, часто встречающихся в экономических журналах и учебниках. Совершенно ясно, что на прямую оценить количественно имидж фирмы само по себе является трудноразрешимой проблемой, которая может быть решена только экспертным путем, что требует больших материальных и временных затрат. Для того, чтобы в общем случае решить такие эконометрические проблемы, рассмотрим некоторые общие вопросы теории измерений.

Как известно, любое измерение представляет собой процесс сравнения измеряемой величины с каким-то эталоном – единицей измерения. Так как обычно для построения экономико – математической модели используется несколько экономических факторов, практически всегда выраженных в количественных показателях, необходимо принять во внимание размерность этих факторов, такую как денежную единицу, проценты, объем изделий в штуках и т.д. Обязательным в этом случае является введение системы координат, т.е. координатных осей с единицей измерения скажем процент, штука, стоимость и т.д. Такая система координат, в которой по каждой из осей отложены разные единицы размерностей – получила наименование аффинной системы координат или аффинного пространства [1]. Взяв любой учебник по экономике можно найти массу примеров использования аффинного пространства для исследования тех или иных экономических процессов, например как установление равновесной цены изделия и т.д. Широкое использование в экономике аффинного пространства чрезвычайно затрудняет построение экономико – математических моделей. Это объясняется тем, что аффинное пространство сильно сужает спектр используемых средств математического аппарата. Так согласно [1] в аффинном пространстве невозможно использование понятия расстояния между точками, понятие угла и как следствие невозможно применять дифференцирование и интегрирование. Чтобы избежать этих математических трудностей необходимо для каждой из координатных осей найти переводной множитель, устанавливающий например перевод величины основного капитала фирмы в ее количественный имидж или в инвестиционную привлекательность. Тогда, изменив единицы наименования всех координатных осей с помощью переводных множителей в одну и ту же единицу, можно из аффинного пространства перейти в обычное евклидово пространство, в котором можно использовать понятие расстояния между точками, понятие угла и использовать весь аппарат математического анализа и линейной алгебры.

Другой сложной задачей является создание единицы измерения, например имиджа фирмы. В экономической практике практически не встречается примеров создания единиц измерения качественных экономических категорий. Единственным путем опять же являются сложные и затратные методы экспертных процедур и возникает вопрос упрощения применяемых экспертных процедур. Поэтому в экономической практике необходим полностью математический формальный метод построения экономико – математических моделей многих качественных экономических категорий.

При построении экономико – математической модели очень важно уже на этапе формализации такой модели выбрать такой математический аппарат и такие математические зависимости, которые упрощают формализацию рассматриваемой экономической проблемы или экономического процесса. С учетом ранее сказанного в случае формализации качественных экономических категорий выгодно в качестве математического аппарата для формализации в этом случае по нашему мнению выбрать бесконечное произведение множителей. Так как бесконечное произведение представляет собой достаточно экзотический математический объект, то предварительно введем некоторые первичные понятия [2].

Пусть имеется некоторая числовая последовательность  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n, \dots$ . Введем последовательные произведения:  $\alpha_1 \cdot \alpha_2; \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3, \dots, \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \dots \cdot \alpha_n, \dots$ . Тогда предел последовательных произведений при  $n \rightarrow \infty$  назовем бесконечным произведением сомножителей  $\alpha_i$  и обозначим этот предел так:

$$\prod_{i=1}^{\infty} \alpha_i = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \dots \alpha_n \dots \quad (1)$$

Этот предел (1) может быть конечным и бесконечным. Для практического применения в экономике необходимо, чтобы этот предел был конечным. Примем, что если один из сомножителей  $\alpha_i$  равен нулю, то такие бесконечные произведения не будут рассматриваться, так как они не имеют практического значения в экономике. Итак, для построения математической модели качественного экономического критерия или какого-либо экономического процесса будем применять только бесконечные произведения, имеющие конечные пределы и не имеющие нулевых сомножителей.

Как указывалось ранее, в экономике широко применяются корреляционные регрессионные эконометрические модели, использующие теорию степенных рядов. Покажем, что используя разложение какой-либо неизвестной функции, описывающей тот или иной экономический процесс или экономический критерий, в бесконечные произведения можно свести такое разложение к обычному степенному ряду. Для этого прологарифмируем выражение (1) и получим соответствующий числовой или степенный ряд:

$$\ln \prod_{i=1}^{\infty} \alpha_i = \ln \alpha_1 + \ln \alpha_2 + \ln \alpha_3 + \dots \ln \alpha_n + \dots \quad (2)$$

Таким образом, в принципе весь математический аппарат эконометрических моделей, в том числе и математическая статистика, может быть с успехом применен для разложения неизвестной функции в бесконечное произведение. Рассмотрим вопрос о сходимости такого разложения. Для того, чтобы бесконечное произведение (1) сходилось и имело конечный предел необходимо, чтобы каждый из сомножителей  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n, \dots$  был меньше единицы. Этого легко добиться перейдя к относительным единицам измерения.

Ранее указывалось, что любой экономический процесс или критерий всегда определяется несколькими экономическими факторами. Естественно, что элементы  $\alpha_i$  бесконечного произведения могут быть значениями многих независимых экономических факторов и также различными функциями. Покажем, как в этом случае можно записать разложение неизвестной функции  $F(\alpha_i, b_i, c_i, d_i)$  в виде бесконечного произведения:

$$F(\alpha_i, b_i, c_i, d_i) = \prod_{i=1}^{\infty} (\alpha_1 b_1 c_1 d_1)^1 \cdot (\alpha_2 b_2 c_2 d_2)^2 \cdot (\alpha_3 b_3 c_3 d_3)^3 \cdot \dots \quad (3)$$

Так как каждый независимый фактор  $\alpha, b, c, d$  имеет свою размерность, то функция  $F(\alpha_i, b_i, c_i, d_i)$  определена в аффинном пространстве, которое накладывает строгие математические ограничения на возможность применения тех или иных математических операций, то обойдем эти ограничения таким методическим приемом.

Обычно эксперты оценивают ту или иную экономическую категорию как интегральную характеристику, конечно учитывая количественную характеристику независимых экономических факторов и производят ранжирование для разных экономических субъектов. Таким образом, любая экспертная процедура дает сравнительную характеристику данной экономической категории, т.е. как сравнивается минимум два субъекта или более. Это позволяет при сравнении в качестве единиц получить обычные числа, т.е. перейти в евклидово пространство. Как известно [1], сравнение, т.е. деление является разрешенной математической операцией в аффинном пространстве и соответствующий переход математически корректен. Рассмотрим как этот прием применить в общем виде.

Пусть имеется некоторый экономический процесс или вычисляется относительный показатель какого-либо качественного экономического критерия, который характеризуется  $n$  экономическими количественными независимыми факторами  $J_1, J_2, J_3, \dots, J_n$ . Тогда математическую зависимость, описывающую этот экономический процесс или экономический критерий, согласно [2] с учетом требований математической статистики можно записать так:

$$F(J_1, J_2, \dots, J_n) = \prod_{i=1}^n (J_1 \cdot J_2 \cdot J_3 \cdot \dots \cdot J_n) \cdot (h_1 \cdot J_1^2 \cdot J_2^2 \cdot J_3^2 \cdot \dots \cdot J_n^2) \cdot (h_2 \cdot J_1^3 \cdot J_2^3 \cdot J_3^3 \cdot \dots \cdot J_n^3) \quad (4)$$

Учитывая, что  $J_1 \leq 1; J_2 \leq 1; \dots; J_n \leq 1$  для обеспечения сходимости разложения функции в бесконечное произведение и наличия у каждого из независимых факторов  $J_1, J_2, J_3, \dots, J_n$  случайных колебаний, можно в (4) оставить только первый член бесконечного произведения, т.е. математическую зависимость представить в упрощенном виде:

$$F(J_1, J_2, \dots, J_n) \cong J_1 \cdot J_2 \cdot J_3 \cdot \dots \cdot J_n \quad (4a)$$

Для того, чтобы перейти к арифметической форме (4a), т.е. перейти из аффинного пространства в евклидово пространство введем понятие переводного коэффициента  $r_i$  для создания в системе координат одинаковой размерности всех координат. Кроме того, учтем что каждый из независимых экономических факторов по-разному влияет на функцию  $F(J_1, J_2, \dots, J_n)$ . Тогда каждый из независимых экономических факторов можно представить в таком виде, используя понятие веса  $g_i$  для независимого экономического фактора:  $r_1 \cdot g_1 \cdot J_1; r_2 \cdot g_2 \cdot J_2; r_3 \cdot g_3 \cdot J_3; \dots; r_n \cdot g_n \cdot J_n$ . Перепишем теперь (4a) в таком виде:

$$F(J_1, J_2, J_3, \dots, J_n) \cong r_1 \cdot g_1 \cdot J_1 \cdot r_2 \cdot g_2 \cdot J_2 \cdot r_3 \cdot g_3 \cdot J_3 \cdot \dots \cdot r_n \cdot g_n \cdot J_n \quad (4б)$$

Рассмотрим теперь два экономических субъекта «х» и «у», у которых математические зависимости  $F(x)$  и  $F(y)$  можно записать в таком виде (4в)

$$\left. \begin{aligned} F(x) &\cong r_1 \cdot g_1 \cdot J_1^x \cdot r_2 \cdot g_2 \cdot J_2^x \cdot \dots \cdot r_n \cdot g_n \cdot J_n^x \\ F(y) &\cong r_1 \cdot g_1 \cdot J_1^y \cdot r_2 \cdot g_2 \cdot J_2^y \cdot \dots \cdot r_n \cdot g_n \cdot J_n^y \end{aligned} \right\} \quad (4в)$$

Разделив  $F(x)$  на  $F(y)$  в итоге получим:

$$\frac{F(x)}{F(y)} = \frac{J_1^x \cdot J_2^x \cdot \dots \cdot J_n^x}{J_1^y \cdot J_2^y \cdot \dots \cdot J_n^y} \quad (5)$$

Сравнение двух субъектов позволяет достаточно просто найти количественный критерий для сравнения двух или более субъектов для одного и того же экономического процесса или качественного экономического критерия. Ценность предлагаемого разложения в виде бесконечного произведения для создания практически любых эконометрических моделей заключается в резком упрощении математической процедуры за счет исключения определения «весов  $g_i$ » каждого экономического фактора и определения переводного множителя  $r_i$  для каждого экономического фактора. Как хорошо известно среди всех используемых при построении эконометрической модели имеются как факторы благоприятно влияющие на данную рассматриваемую экономическую категорию, так и факторы, отрицательно влияющие на эту экономическую категорию. Рассмотрим как в предлагаемой авторами методе экономико-математического моделирования учесть разнонаправленность действия независимых экономических факторов.

Пусть имеется всего  $n$  экономических факторов, влияющих на данный экономический процесс или на данную экономическую категорию из которых  $m$  факторов положительно влияют, а  $k = n - m$  независимых факторов влияют отрицательно. Тогда, математическую зависимость  $F(J_1, J_2, \dots, J_n)$  не утрачивая общности можно представить в таком виде:

$$F(J_1, J_2, \dots, J_n) \cong \frac{\prod_{i=1}^m J_i^+ \cdot J_2^+ \cdot \dots \cdot J_m^+}{\prod_{j=1}^k J_j^- \cdot J_2^- \cdot \dots \cdot J_k^-} \quad (6)$$

где:  $J_i^+$  - положительно влияющие факторы;  $J_j^-$  - отрицательно влияющие факторы.

Снова используя, понятие веса «g» экономического фактора и переводного множителя, получим:

$$F(J_1, J_2, \dots, J_n) \cong \frac{g_1^+ \cdot r_1^+ \cdot J_1^+ \cdot g_2^+ \cdot r_2^+ \cdot J_2^+ \cdot \dots \cdot g_m^+ \cdot r_m^+ \cdot J_m^+}{g_1^- \cdot r_1^- \cdot J_1^- \cdot g_2^- \cdot r_2^- \cdot J_2^- \cdot \dots \cdot g_k^- \cdot r_k^- \cdot J_k^-} \dots \dots \dots (6a)$$

Рассмотрим теперь два экономических субъекта «x» и «y», математические зависимости которых  $F(x)$  и  $F(y)$  можно записать в таком виде:

$$F(x) = \frac{g_1^+ \cdot r_1^+ \cdot J_1^{+x} \cdot g_2^+ \cdot r_2^+ \cdot J_2^{+x} \cdot \dots \cdot g_m^+ \cdot r_m^+ \cdot J_m^{+x}}{g_1^- \cdot r_1^- \cdot J_1^{-x} \cdot g_2^- \cdot r_2^- \cdot J_2^{-x} \cdot \dots \cdot g_k^- \cdot r_k^- \cdot J_k^{-x}} \dots \dots \dots (7)$$

Разделив  $F(x)$  на  $F(y)$  в итоге получим такую формулу:

$$\frac{F(x)}{F(y)} \cong \frac{J_1^{+x} \cdot J_2^{+x} \cdot \dots \cdot J_m^{+x} \cdot J_1^{-y} \cdot J_2^{-y} \cdot \dots \cdot J_k^{-y}}{J_1^{-x} \cdot J_2^{-x} \cdot \dots \cdot J_k^{-x} \cdot J_1^{+y} \cdot J_2^{+y} \cdot \dots \cdot J_m^{+y}} \dots \dots \dots (8)$$

Итак, в итоге сравнения двух субъектов получается формула (8), отличающаяся только тем, что отрицательно влияющие факторы переносятся в знаменатель произведения, что и принято в [2].

Для полного понимания и большей наглядности предлагаемого метода эконометрического моделирования рассмотрим следующий экспериментальный пример.

Для иллюстрации рассмотрим расчет конкурентоспособности изделия с использованием данных типовой задачи из [3]. В табл. 1 приведены технические характеристики и параметры холодильников.

Таблица 1

Технические характеристики и параметры холодильников

№ п/п	Характеристики параметры	Марка холодильника						
		Сириус	Пурга	Фриз	Феникс	Снайге	Минск 15м	Люксус
1	Отпускная цена, усл.ед.	400	1700	1600	1450	1600	1700	1700
2	Сумарные эксплуатационные затраты за весь срок службы, усл.ед.	600	4500	6200	6700	7000	6000	5000
3	Ресурс (тис.ч)	100	130	120	130	110	120	130
4	Потребление электроэнергии за сутки, кВт/ч	1,65	1,10	1,25	1,30	1,75	1,65	0,90
5	Температура низкотемпературного отделения (НТВ), °С	-12	-15	-12	-18	-10	-12	-12
6	Объем НТВ, дм³	40	50	50	60	40	50	60
7	Дизайн (балы)	4	6	3	5	3	4	5
8	Время хранения продуктов после отключения электроэнергии, ч	5	11	10	10	5	5	10
9	Материаловместительность, кг	48	60	55	55	70	65	55
10	Объем, л	250	280	260	265	240	280	240

Переведем имеющиеся в табл. 1 данные в относительную форму. Для этого для каждого положительно влияющего фактора разделим количественный показатель фактора на максимальное значение этого фактора, а для отрицательно влияющих факторов разделим количественный показатель фактора на минимальное значение этого фактора, чтобы удовлетворить сходимост разложения в бесконечное произведение. В качестве отрицательно влияющих факторов примем «Цена изделия», «Затраты на эксплуатацию» и «Потребление электроэнергии». Результаты полученных расчетов в относительных значениях приведены в табл. 2.

Таблица 2

Факторы конкурентоспособности изделия в относительных значениях

№ пп	Факторы	Марка холодильника						
		Сириус	Пурга	Фриз	Феникс	Снайге	Минск 15м	Люксус
1	Первый	1,000	1,214	1,143	1,036	1,143	1,214	1,242
2	Второй	1,467	1,000	1,378	1,489	1,556	1,333	1,111
3	Третий	0,769	1,000	0,923	1,000	0,846	0,923	1,000
4	Четвертый	1,833	1,222	1,389	1,444	1,944	1,833	1,000
5	Пятый	0,667	0,833	0,667	1,000	0,555	0,667	0,667
6	Шестой	0,667	0,833	0,833	1,000	0,667	0,833	1,000
7	Седьмой	0,667	1,000	0,500	0,833	0,500	0,667	0,833
8	Восьмой	0,455	1,000	0,909	0,909	0,455	0,455	0,909
9	Девятый	1,000	1,250	1,146	1,146	1,458	1,354	1,146
10	Десятый	0,893	1,000	0,929	0,946	0,857	1,000	0,857

По формуле (8) проведем расчет конкурентоспособности изделия и данные представим в табл. 3.

Из табл. 3 следует то, что максимальную конкурентоспособность имеет марка холодильника «Пурга».

Таблица 3

Конкурентоспособность различных марок холодильников

Марка	Сириус	Пурга	Фриз	Феникс	Снайге	Минск 15м	Люксус
Конкурентоспособность	0,0345	0,3742	0,0864	0,2806	0,0121	0,0388	0,2737

Предложенный метод по сравнению с аналогичными методами [3-5] отличается простотой проведения построения экономико-математической модели и широким спектром применения к различным экономическим категориям. По сравнению с [3-5] он позволяет из четырех этапов построения экономико-математической модели убрать из рассмотрения два самых слабых по обоснованию и исполнению этапа, а именно: 2) выбор шкал и оценка значений первичных показателей; 3) построение обобщенных групповых и интегральных показателей экономических факторов.

Литература

1. Анго А.Л. Математика для электро- и радиоинженеров / А.Л. Анго.-М.: Наука, 1967.- 770 с.
2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления / Г.М. Фихтенгольц.- Т.3.- М.: Физматгиз, 1960.- 817 с.
3. Павленко А.Ф. Маркетинг / А.Ф. Павленко, А.В. Войгак.- К.: КНЭУ, 2001.- 106 с.
4. IMD World Competitiveness Yearbook: 2009, Lanjanne: International Institute for Management Development, 2009.- 685 p.
5. The Global Competitiveness report 2009 – 2010, World Economic Forum, Geneva, Switzerland, 2009.- 479 p.

338.242.2

*Сфіменко Н.А., д.е.н., доцент,  
Черкаський національний університет імені Богдана Хмельницького,  
Рябікова Г.В., к.ф.-м.н., доцент,  
Національний транспортний університет*

**СУЧАСНА МОДЕЛЬ ВІДТВОРЕННЯ ЯКОСТІ КАПІТАЛУ В ПРОМИСЛОВОСТІ**

На сьогоднішній день сучасний погляд на відтворювальний процес в промисловості потребує кардинальних змін на основі розробки моделі відтворення якості капіталу, враховуючи сучасний стан економічної системи. Визначальною, первинною, домінуючою фазою суспільного відтворення є виробництво, яке здійснюється з метою споживання. Виробництво і споживання – це два самостійні процеси, які знаходяться в діалектичній єдності, тобто відбуваються відповідно із законом єдності і боротьби протилежностей, причому їх неспівпадіння є внутрішньою об’єктивною суперечністю безперервного ходу суспільного відтворення. Безперервність споживання обумовлює необхідність дотримання і безперервності виробництва. Виконанню цієї вимоги, по суті, і підпорядковані проміжні фази суспільного відтворення. Термін «споживання» використовується у двох випадках: як власне споживання фізичними особами (або невиробниче споживання); як продуктивне споживання, що є елементом першої стадії відтворювального процесу. При цьому, у виробництві відбувається споживання здібностей, трудових навичок працівників, а також здійснюється споживання засобів виробництва.

Накопичений значний науково-практичний досвід щодо розгляду проблеми відтворення капіталу в роботах як закордонних, так і вітчизняних вчених, таких, як: А. Сміт, Д. Рікардо, Ж. Б. Сей, Н. У. Сеніор, Дж. С. Мілль. Проблемам управління системою відтворення капіталу в різних формах присвячено роботи Р. З. Акбердіна, Ю. Г. Бреусова, А. І. Вовк, Б. В. Воскресенського, С. Ю. Глазьева, А. А. Ісаєвої, А. Ф. Ковальова, В. М. Ларіна, В. Н. Мосина, В. І. Розгіна, М. В. Фролової, Н. Я. Чечина та інших. Управління відтворенням якості капіталу підприємств промислового комплексу може здійснюватися за допомогою розробки комплексу заходів щодо процесів відтворення якості капіталу та забезпечення відповідності техніко-технологічної системи промисловості стосовно його стратегічних цілей. Принципами управління відтворенням якості основного капіталу (ОК) промисловості можуть бути наступні: системність, ціленаправленість, альтернативність, перспективність, гнучкість і комплексність.